



Законы логики

11 класс



Запишите в виде логической формулы следующие высказывания:

1. Если Иванов здоров и богат, то он здоров

2. Число является простым, если оно делится только на единицу и само на себя.

3. Если число делится на 4, оно делится на 2

4. Людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел

5. Спортсмен подлежит дисквалификации, если он некорректно ведет себя по отношению к сопернику или судье, и Если он принимал допинг

В високосном году 366 дней

Основные законы формальной ЛОГИКИ

- Закон тождества

$$A = A$$

- Закон
непротиворечия

$$A \& \neg A = 0$$

- Закон исключения
третьего

$$A \vee \neg A = 1$$

- Закон двойного
отрицания

$$\neg \neg A = A$$

- В процессе рассуждения нельзя подменять одно понятие другим
- Не могут быть одновременно истинными суждение и его отрицание
- Высказывание может быть либо истинным либо ложным, третьего не дано
- Если отрицать дважды некоторое суждение, то получается исходное суждение

Свойства констант

$$\# \neg 0 = 1$$

$$\neg 1 = 0$$

$$\# A \vee 0 = A$$

$$A \& 0 = 0$$

$$\# A \vee 1 = 1$$

$$A \& 1 = A$$

Законы алгебры логики

Идеммпотентность

$$A \vee A = A \quad A \& A = A$$

Коммутативность

$$A \vee B = B \vee A \quad A \& B = B \& A$$

Ассоциативность

$$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$$
$$A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$$

Законы алгебры логики

Дистрибутивность

$$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$$

$$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$$

Поглощение

$$A \vee (A \& B) = A \qquad A \& (A \vee B) = A$$

Законы де Моргана

$$\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B \qquad \neg(A \& B) = \neg A \vee \neg B$$

Правила замены операций

Импликации

$$A \Rightarrow B = \neg A \vee B \qquad A \Rightarrow B = \neg B \Rightarrow A$$

Эквивалентности

$$A \Leftrightarrow B = (A \& B) \vee (\neg A \& \neg B)$$

$$A \Leftrightarrow B = (A \vee \neg B) \vee (\neg A \vee B)$$

$$A \Leftrightarrow B = (A \Rightarrow B) \& (B \Rightarrow A)$$

Упрощение сложных высказываний

- это **замена** их на **равносильные** на основе **законов** алгебры высказываний с целью получения высказываний более **простой формы**

Основные приемы замены

- # $X = X \wedge 1$] - По свойствам констант
- # $X = X \vee 0$]
- # $1 = A \vee \neg A$ - По закону исключения третьего
- # $0 = B \wedge \neg B$ - По закону непротиворечия
- # $Z = Z \vee Z \vee Z$ - По закону
идемпотентности
- # $E = \neg \neg E$ - По закону двойного отрицания

Пример

Упростить: $A \wedge B \vee A \wedge \neg B$

По закону дистрибутивности вынесем A за скобки

$$A \wedge B \vee A \wedge \neg B = A \wedge (B \vee \neg B) = A \wedge 1 = A$$

Упростить: $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$

Упростить: $\neg(\neg X \vee \neg Y)$

Упростить следующие
выражения:

$$\text{б) } A \& B \vee A \& B \& (C \vee D) \Rightarrow AB + AB(C + D)$$

Упростить следующие
выражения:

в) $A \vee B \ \& \ \neg (A \vee B) \ \& \ C \ \& \ D$

Упростить следующие
выражения:

г) $A \vee B \vee (\neg A \vee B) \vee C \ \& \ D$

Упростить следующие
выражения:

$$(A \vee B \vee C) \& (A \vee \neg B \vee C) \& (A \vee \neg B \vee \neg C)$$
